Alain CHAUVE, Inspecteur Pédagogique Régional de Philosophie
Cours interactif proposé aux partenaires du Projet *Europe, Éducation, École*
Diffusion en visioconférence le 21 mai 2015, 10h10 à 12h00 :
http://melies.ac-versailles.fr/projet-europe/visio/
http://www.coin-philo.net/eee.14-15.prog.php
Cours classés : http://www.coin-philo.net/eee.13-14.cours_philo_en_ligne.php
Vidéothèque : http://www.dailymotion.com/projeteee

DÉMONSTRATION ET VÉRITÉ

ARGUMENT

La notion de démonstration fait immédiatement songer aux mathématiques. C'est en effet en procédant démonstrativement que celles-ci peuvent établir des vérités rigoureusement et avec une entière certitude. Toutefois, l'exigence démonstrative ne reste pas limitée au domaine des mathématiques ; elle s'étend à la connaissance de la nature et vaut pour tout savoir qui se propose d'établir une vérité.

À quoi tient la rigueur démonstrative ? Elle tient au fait que les démonstrations obéissent aux formes logiques des raisonnements et qu'elles procèdent par des déductions.

À quoi tient la certitude qu'apportent les démonstrations ? Elle tient au fait que les démonstrations sont fondées sur des vérités qui s'imposent à l'esprit.

De quelle sorte de vérités s'agit-il ? Pour être au clair sur la conception de la vérité qui est au cœur des démonstrations, il est nécessaire de distinguer la démonstration de la déduction et de l'argumentation afin d'examiner le rapport que ces trois formes de raisonnements ont avec la vérité.

TEXTES

ARISTOTE (4ème siècle av. J. C.)

Toute démonstration est une déduction, mais toute déduction n'est pas une démonstration.

« Le *syllogisme* est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, une autre chose différente d'elles en résulte nécessairement, par les choses mêmes qui sont posées. – C'est une *démonstration* quand le syllogisme part de prémisses vraies et premières, ou encore de prémisses telles que la connaissance que nous en avons prend elle-même son origine dans des prémisses premières et vraies. – Est dialectique le syllogisme qui conclut de prémisses probables. – Sont *vraies* et *premières* les choses qui tirent leur certitude, non pas d'autres choses, mais d'elles-mêmes : car on ne doit pas, pour les principes de la science, avoir à en rechercher le pourquoi, mais chacun de ces principes doit être par soi-même certain. – Sont *probables* les opinions qui sont reçues par tous les hommes, ou par la plupart d'entre eux, ou par les sages, et, parmi ces derniers, soit par tous, soit par la plupart, soit enfin par les plus notables et les plus illustres. »

Topiques I, 1, trad. J. Tricot, éd. Vrin, 1950, p.2.

Dans le cas où les prémisses seraient vraies et la conclusion fausse, la déduction ne serait pas valide. Une déduction avec des prémisses fausses est valide mais elle n'est ni explicative ni démonstrative.

« Il peut se faire que soient vraies les prémisses qui forment le syllogisme ; il peut se faire aussi qu'elles soient fausses ou encore que l'une soit vraie et l'autre fausse. La conclusion, elle, est nécessairement vraie ou nécessairement fausse. De prémisses vraies on ne peut tirer une conclusion fausse, mais de prémisses fausses on peut tirer une conclusion vraie, avec cette réserve qu'elle ne portera pas sur *le pourquoi*, mais sur ce qui est en fait. C'est que *le pourquoi* ne peut faire l'objet d'un syllogisme à prémisses fausses. »

Premiers Analytiques, II, 2, 534b4-9, trad. Tricot, édit. Vrin, 1966, pp.209-210.

DESCARTES, 1644.

La certitude des démonstrations mathématiques est fondée sur des notions claires et distinctes. Elle s'étend à la connaissance de toute la nature.

« Dieu étant souverainement bon et la source de toute vérité, puisque c'est lui qui nous a créés, il est certain que la puissance ou la faculté qu'il nous a donnée pour distinguer le vrai d'avec le faux, ne se trompe point, lorsque nous en usons bien et qu'elle nous montre évidemment qu'une chose est vraie. Ainsi cette certitude s'étend à tout ce qui est démontré dans la mathématique ; car nous voyons clairement qu'il est impossible que deux et trois joints ensemble fassent plus ou moins que cinq, ou qu'un carré n'ait que trois côtés, et choses semblables. Elle s'étend aussi à la connaissance que nous avons qu'il y a des corps dans le monde […] Puis ensuite elle s'étend à toutes les choses qui peuvent être démontrées, touchant ces corps, par les principes de la mathématique ou par d'autres aussi évidents et certains.

Principes IV, § 206, Œuvres et Lettres, coll. de la Pléiade, p.669, Gallimard, 1953.

« J'ai premièrement considéré en général toutes les notions claires et distinctes qui peuvent être en notre entendement touchant les choses matérielles, et […] n'en ayant point trouvé d'autres sinon celles que nous avons des figures, des grandeurs et des mouvements, et des règles selon lesquelles ces trois choses peuvent être diversifiées l'une par l'autre, lesquelles règles sont les principes de la géométrie et des mécaniques, j'ai jugé qu'il fallait nécessairement que toute la connaissance que les hommes peuvent avoir de la nature fût tirée de cela seul ; parce que toutes les autres notions que nous avons des choses sensibles, étant confuses et obscures, ne peuvent servir à nous donner la connaissance d'aucune chose hors de nous, mais plutôt la peuvent empêcher.

Id. § 203, p.665.

SPINOZA, 1663.

L'édifice de la connaissance humaine est fondé sur l'ordre géométrique des démonstrations par définitions, postulats et axiomes.

« La méthode des mathématiciens dans la découverte et l'exposé des sciences – c'est-à-dire la démonstration des conclusions, postulats et axiomes – est la meilleure et la plus sûre pour chercher la vérité et l'enseigner : voilà l'opinion unanime de tous ceux qui veulent s'élever au-dessus du vulgaire. À juste titre d'ailleurs. Car on ne peut tirer une connaissance rigoureuse et ferme de ce qu'on ne connaît pas encore que de choses connues avec certitude. Il est donc nécessaire de s'en servir comme d'un fondement stable sur lequel on puisse établir par la suite tout l'édifice de la connaissance humaine, sans risquer qu'il s'affaisse ou s'écroule au moindre choc. Or, que ce soit le cas des notions qui, sous le nom de définitions, postulats et axiomes, sont fréquemment utilisés par ceux qui cultivent les mathématiques, on n'en pourra douter si on a tant soit peu salué du seuil cette noble discipline. Car les définitions ne sont guère que des explications très larges de termes et noms qui désignent les objets dont il sera question. Et les postulats et les axiomes, c'est-à-dire des notions communes de l'esprit, sont des propositions si claires, si évidentes, que tous ceux qui ont simplement compris correctement les mots ne peuvent que donner leur assentiment. »

Les Principes de la philosophie de Descartes démontrés selon la méthode géométrique, Préface, coll. de la Pléiade, p.147, Gallimard, 1954.

SCHOPENHAUER, *Le Monde comme volonté et comme représentation*, 1819.

Le refus de la démonstration : il faut substituer l'intuition à la démonstration.

« Aucune science ne peut être absolument déductive, pas plus qu'on ne peut bâtir en l'air ; toutes ses preuves doivent nous ramener à une intuition, laquelle n'est plus démontrable. »

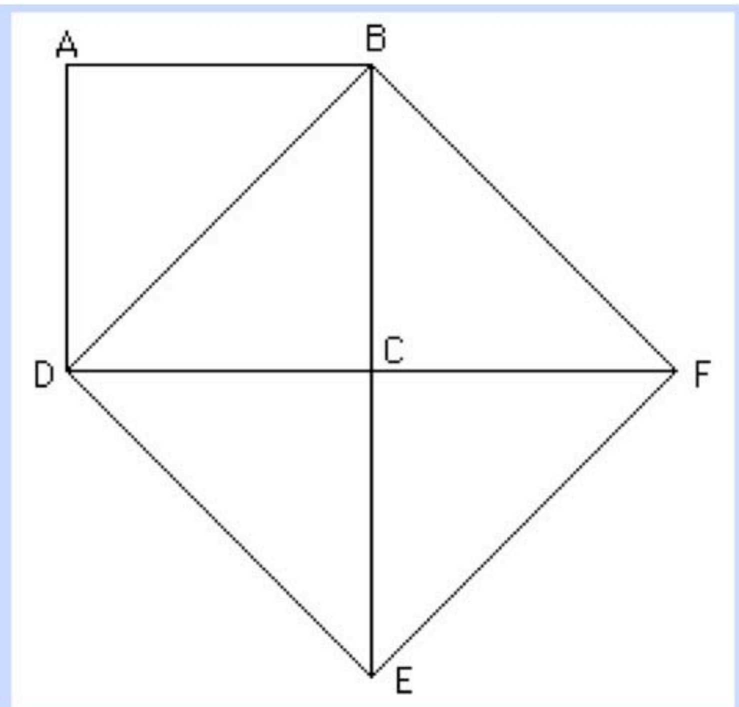
Le Monde…, § 14, trad. Burdeau, éd. Félix Alcan, tome 1, p.70, 1893.

« En mathématique, il y a bien, – quand on suit le procédé d'Euclide, – des axiomes, c'est-à-dire des principes premiers indémontrables, auxquels toutes les démonstrations sont subordonnées, de proche en proche ; mais ce procédé n'est pas essentiel à la géométrie, et en réalité chaque théorème amène une construction nouvelle dans l'espace, qui est indépendante des précédentes, et qui peut fort bien être admise indépendamment de celles-ci, par elle-même, dans la pure intuition de l'espace, où la construction la plus compliquée est en elle-même aussi immédiatement évidente que l'axiome. » (p.68.)

« C'est maintenant seulement que nous pouvons dire avec certitude d'où provient ce qui, à la vue d'une figure de géomètre, s'impose à notre esprit comme nécessaire. Ce caractère de nécessité ne vient pas d'un dessin très mal exécuté peut-être sur le papier ; il ne vient pas non plus d'une notion abstraite que cette vue fait naître dans notre pensée : il procède directement de cette forme de toute connaissance que nous possédons *a priori* dans notre conscience. » (§ 15, p.77.)

Schopenhauer considère que « cette forme » **est** « l'intuition pure de l'espace ». **Celle-ci nous offre** « la nécessité intuitive des rapports d'espace, exprimés par un théorème », **et ces rapports d'espace sont** « également indémontrables, immédiatement évidents et perceptibles *a priori* » (§ 15, p.79.) **Dans ces conditions, on ne s'étonnera pas que Schopenhauer n'hésite pas à déclarer que** « L'intuition, – soit pure et *a priori*, comme en mathématiques, – soit *a posteriori*, comme dans les autres sciences, est la source de toute vérité et le fondement de toute science. » (§ 14, p.69.)

ANNEXES : 1/ La duplication du carré, 2/ Le tube à mercure de Torricelli



Baromètre à mercure de Torricelli.